International Journal for Multidisciplinary Research (IJFMR)
E-ISSN: 2582-2160 ● Website: www.ijfmr.com ● Email: editor@ijfmr.com

Les Nombres « Tau »

Edmond Twite Kabamba

Professeur, Universite E Lubumbashi

ABSTRACT
We defined « TAU numbers », $\tau_0, \tau_i\ and\ \tau_e$ such as they are roots of the equations :

$$\sqrt[x]{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{e}}$$
$$\sqrt[x]{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{\pi}}$$

$\tau_0\ and\ \tau_e$ are such as :

$$\sqrt[\tau_0]{\boldsymbol{\tau_0}} = \sqrt[\tau_e]{\boldsymbol{\tau_e}} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{e}}$$

And τ_i is such as :

$$\sqrt[\tau_i]{\boldsymbol{\tau_i}} = \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{\pi}}$$

τ_e is the equivalent number for τ_0 in the equation :

$$\sqrt[x]{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{e}}$$

τ_i is called « Tau inverse ».
τ_0 is the infinite tetration of $\frac{\pi}{e}$ and τ_i is the infinite tetration of $\frac{e}{\pi}$.
We call $\tau_0, \tau_i\ and\ \tau_e$ Twite's numbers.

RESUME.
Nous avons défini les nombres « TAU », $\tau_0, \tau_i\ et\ \tau_e$, comme étant les nombres « x » racines des équations :

$$\sqrt[x]{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{e}}$$
$$\sqrt[x]{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{\pi}}$$

$\tau_0\ et\ \tau_e$ sont tels que :

$$\sqrt[\tau_0]{\boldsymbol{\tau_0}} = \sqrt[\tau_e]{\boldsymbol{\tau_e}} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{e}}$$

Et τ_i est tel que :

$$\sqrt[\tau_i]{\boldsymbol{\tau_i}} = \frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{\pi}}$$

τ_e est l'équivalent de τ_0 dans l'équation :

$$\sqrt[x]{\boldsymbol{x}} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{e}}$$

Nous avons appelé τ_i « TAU inverse ».

International Journal for Multidisciplinary Research (IJFMR)

E-ISSN: 2582-2160 • Website: www.ijfmr.com • Email: editor@ijfmr.com

τ_0 est donc la tétration infinie de $\frac{\pi}{e}$ et τ_i est la tétration infinie de $\frac{e}{\pi}$.
Nous appelons $\tau_0, \tau_e\ et\ \tau_i$, les nombres de TWITE.

1. INTRODUCTION.

« π » et « e » sont deux nombres mathématiques fondamentaux et remarquables.

- Sont-ils en corrélation ? Rien de tel n'a été établi.
- Nous avons cependant établi une expression approximative :

$$\boldsymbol{e}^{\left[e^{\left(\frac{1}{e^2}\right)}\right]} \cong \boldsymbol{\pi}$$

En effet :

$$\ln \frac{1}{\ln \ln \pi} = 2,00123163906238812321760357036 2\ldots = \theta$$

Il faut définir l'expression de « θ » pour que « π » et « e » soient en corrélation.

Ces deux nombres sont algébriquement indépendants. Nous allons dans ce travail établir une expression combinatoire remarquable de ces deux nombres : les nombres « TAU ».

2. DEFINITION DES NOMBRES « π » et « e ».

A.- « π » est une des constantes fondamentales des mathématiques. « π » est le rapport constant pour tout cercle, entre le périmètre « P » ou circonférence et le diamètre « D » du cercle, dans le plan Euclidien. On note :

$$\mathbf{P} = \boldsymbol{\pi}.\mathbf{D}$$

« π » est appelé la constante d'Archimède. Plusieurs méthodes de calcul établies dans la littérature scientifique permettent de calculer « π ». Parmi ces méthodes, on peut citer la série de MACHIN :

$$\arctan(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k x^{2k+1}}{2k+1}$$

(Formule de MACHIN)

B.- « e » est également une constante fondamentale des mathématiques. « e » est appelé nombre d'EULER ou constante de NEPER en l'honneur au mathématicien écossais JOHN NAPIER qui a introduit la notion de logarithme. Le nombre « e » est la base des logarithmes népériens et de l'exponentielle naturelle. On note :

$$\ln e = 1$$

« e » est défini par la relation :

$$\lim_{n \to +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

Pour calculer « e » on se réfère au développement en série :

$$e^x = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{n!}$$

Pour x= 1, on a le cas particulier :

$$\boldsymbol{e = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}}$$

C.- « π » et « e » sont deux nombre irrationnels et transcendants. Y a-t-il une équation polynomiale à deux variables et à coefficients entiers et non nuls dont le couple (π,e) est une racine. La question demeure aujourd'hui sans réponse.

3. IDENTITE DE TWITE.

Nous avons établi l'identité générale suivante :

$$\boldsymbol{\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n(n+k)}{n!} = (k+z)e^z}$$

$$\boldsymbol{\forall z \in R \; ou \; C, \forall k \in R \; ou \; C \; et \; n \in N.}$$

On sait que tout nombre « ae » est irrationnel et transcendant et tout nombre « e^b » est irrationnel et transcendant pour « a » et « b » algébrique, non nuls et donc tout nombre « ae^b » est irrationnel et transcendant. Faisons remarquer que tout nombre transcendant est irrationnel et non algébrique. D'où, tout nombre « $(k+z)e^z$ » est irrationnel et transcendant pour tous nombres « k » et « z » algébriques et « z » non nul. Dès lors, nous conjecturons que tout autre nombre irrationnel et transcendant « N_{it} » peut être exprimé suivant la relation :

N_{it} = (k + z)e^z

Avec k et z ∈ N et z≠ 0

Ou k et z ∈ R^*(algébrique) et z≠ 0

« e » apparaît ainsi comme la base d'expression de tout nombre irrationnel et transcendant : ∀ N_{it}, il faut déterminer les bonnes valeurs de « k » et « z ». On va donc dire :

$$\boldsymbol{\forall N_{it}, \exists (k,z) \in R^* \; tel \; que \; N_{it} = (k+z)e^z = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{z^n(n+k)}{n\,!}}$$

$$\boldsymbol{n \in N}$$

Rappelons que certains nombres irrationnels sont algébriques tels que « $\sqrt{2}$ ». D'une façon générale, on peut dire que tout nombre Réel (R_i) peut être exprimé sous la forme :

$$\boldsymbol{R_i = (k_i + z_i)e^{z_i}}$$

Avec R_i, k_i, z_i ∈ R.

La question qui se pose est :

$$\boldsymbol{\forall R_i, \exists\,! (k_i, z_i) \in R \; tel \; que \; R_i = (k_i + z_i)e^{z_i}}$$

La question reste posée en particulier pour les nombres transcendants.

4. EXPRESSION DU RAPPORT « $^{\pi}/_{e}$ ».

Nous cherchons à établir un nombre qui soit l'expression combinatoire de « π » et « e ». Une des meilleures façons d'établir ce nombre est de l'exprimer suivant le rapport « $\frac{\pi}{e}$ ». Par application de la relation de JOHN MACHIN qui donne :

$$\frac{\pi}{4} = 4\, arctan\left(\frac{1}{5}\right) - arctan\left(\frac{1}{239}\right)$$

Et par application de l'identité de TWITE, on va déduire :

$$\frac{\pi}{e} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \left\{n + \left[1 + 4\left(4\,\mathrm{arctan}\left(\frac{1}{5}\right) - \mathrm{arctan}\left(\frac{1}{239}\right)\right)\right]\right\}}{n!}$$

La suite de FIBONACCI est la suite des nombres entiers naturels « F_n » tels que chaque terme est la somme des deux termes qui précèdent :

$$\mathbf{F_n = F_{n-1} + F_{n-2}}$$

Pour n ≥ 2

Avec $F_0 = 0$ et $F_1 = 1$

n∈N

cette suite est telle que :

$$\frac{\pi}{4} = arctan\frac{F_{n+2}}{F_{n+1}} - arctan\frac{F_n}{F_{n+3}}$$

Par application de l'identité de TWITE et des termes de la suite de FIBONACCI, on peut aussi écrire :

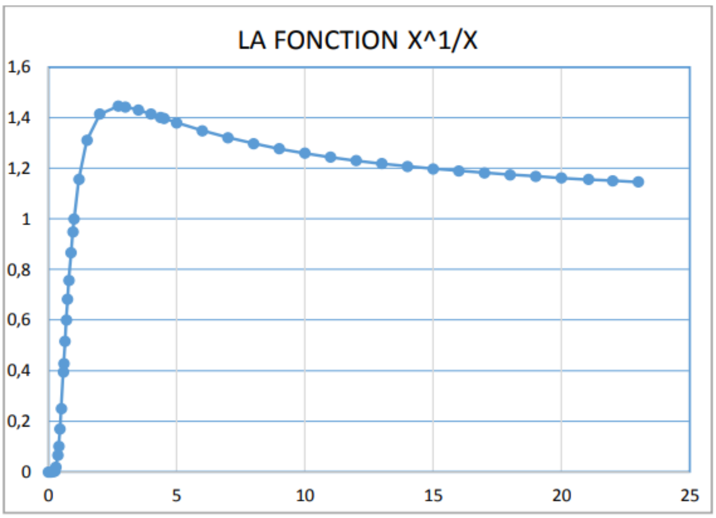
$$\frac{\pi}{e} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \left\{n + \left[1 + 4\left(\mathrm{arctan}\left(\frac{F_{n+2}}{F_{n+1}}\right) - \mathrm{arctan}\left(\frac{F_n}{F_{n+3}}\right)\right)\right]\right\}}{n!}$$

Avec, $n \in N$

5. LA FONCTION $y = \sqrt[x]{x}$

Pour la simplicité de la relation, nous cherchons à traduire la proportionnalité entre « π » et « e » par un seul nombre. La meilleure formule d'expression que nous avons trouvée est la fonction :

$$y = \sqrt[x]{x}$$



Dans cette fonction, nous retenons les valeurs :

$$\sqrt[x]{x} = \frac{\pi}{e}$$

Ou

$$\frac{\ln x}{x} = \ln \pi - 1$$

Et

$$\sqrt[x]{x} = \frac{e}{\pi}$$

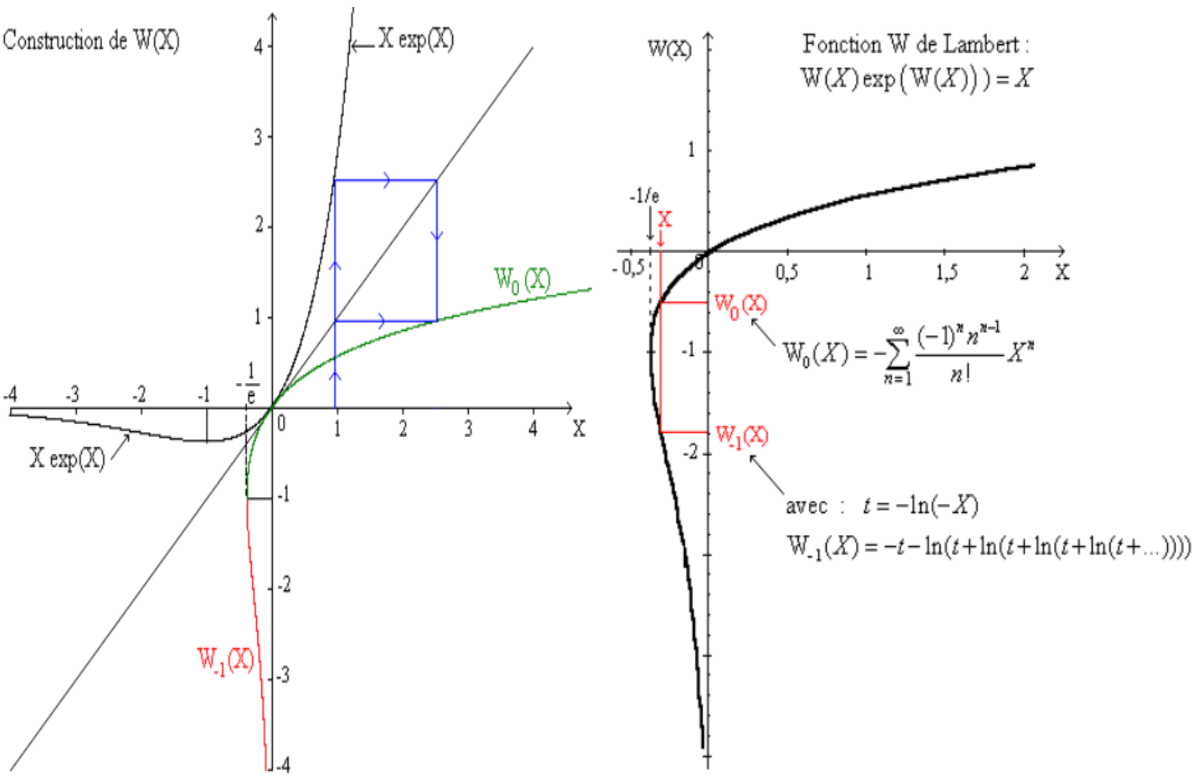
Ou

$$\frac{\ln x}{x} = 1 - \ln \pi$$

6. LA FONCTION DE LAMBERT.

Pour résoudre ces équations, il faut faire recours à la fonction de LAMBERT aussi appelée FONCTION OMEGA (W). La fonction « W » de LAMBERT est la fonction réciproque de la fonction « f » définie comme étant :

$$f(\omega) = \omega e^{\omega}$$



La fonction « W » est définie dans l'ensemble « R » sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{e}, +\infty\right]$.

$$\forall z \; et \; \omega \in C,$$

$$z = \omega e^{\omega} \Leftrightarrow \omega = W(z)$$

C'est-à-dire : $W(z)e^{W(z)} = z$

La fonction « f » n'étant pas injective, W est une fonction multi-valuée et possède deux branches pour tout réel « r » tel que :

$$r \geq -\frac{1}{e}$$

Dont :

- La branche principale notée « $\boldsymbol{W_0}$ » qui est telle que :

$$\boldsymbol{W_0(r) \geq -1}$$

- La branche secondaire notée « $\boldsymbol{W_{-1}}$ » qui est telle que :

$$\boldsymbol{W_{-1}(r) < -1}$$

$$\textbf{Pour } -\frac{1}{e} < r < 0$$

La série de **TAYLOR** de « W_0 » est une des méthodes utilisées pour calculer « W_0 ». En effet au voisinage de zéro, cette série donne :

$$\boldsymbol{W_0(x) = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-n)^{n-1}}{n!} x^n}$$

Avec comme rayon de convergence 1/e.

D'où :

$$\boldsymbol{W_0(1) = \Omega = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-n)^{n-1}}{n!}}$$

« Ω » est le nombre de LAMBERT qui est tel que :

$$\boldsymbol{\Omega e^{\Omega} = 1.}$$

C'est la constante de LAMBERT « Ω ».

On ne connait pas de développement en série de la branche secondaire « $\mathbf{W_{-1}}$ ». Mais on peut calculer « $\mathbf{W_{-1}(x)}$ » pour « $\boldsymbol{-\frac{1}{e} < x < 0}$ » par la relation :

$$\boldsymbol{W_{-1}(x) = -t - \ln\left(t + \ln\left(t + \ln\left(t + \ln\left(t + \cdots\right)\right)\right)\right)}$$

$$\textbf{Pour } \boldsymbol{t = -\ln(-x)}$$

7. DETERMINATION DES NOMBRES « TAU ».

La fonction OMEGA de LAMBERT permet de résoudre plusieurs équations impliquant l'exponentielle. Ainsi, pour la fonction :

$$y = x^x$$

On a :

$$\ln y = x \ln x$$

$$\ln y = e^{\ln x}.\ln x \Leftrightarrow \ln x = W(\ln y)$$

$$x = e^{W(\ln y)}$$

$$\boldsymbol{x = \frac{\ln y}{W(\ln y)}}$$

Sur la branche principale de la fonction OMEGA, on aura :

$$\boldsymbol{x = e^{W_0(\ln y)} = \frac{\ln y}{W_0(\ln y)}}$$

On sait que :

$$\boldsymbol{\sqrt[\tau_0]{\tau_0} = \sqrt[\tau_e]{\tau_e} = \frac{\pi}{e}}$$

Et

$$\boldsymbol{\sqrt[\tau_i]{\tau_i} = \frac{e}{\pi}}$$

Par réciprocité, on a :

$$\boldsymbol{\left(\frac{1}{\tau_0}\right)^{\frac{1}{\tau_0}} = \left(\frac{1}{\tau_e}\right)^{\frac{1}{\tau_e}} = \frac{e}{\pi}}$$

Et

$$\boldsymbol{\left(\frac{1}{\tau_i}\right)^{\frac{1}{\tau_i}} = \frac{\pi}{e}}$$

Par application de la fonction OMEGA, on aura :

$$\frac{1}{\tau_0} = e^{W_0\left(\ln\frac{e}{\pi}\right)} = \frac{\ln\frac{e}{\pi}}{W_0\left(\ln\frac{e}{\pi}\right)}$$

$$\frac{1}{\tau_e} = e^{W_{-1}\left(\ln\frac{e}{\pi}\right)} = \frac{\ln\frac{e}{\pi}}{W_{-1}\left(\ln\frac{e}{\pi}\right)}$$

$$\frac{1}{\tau_i} = e^{W_0\left(\ln\frac{\pi}{e}\right)} = \frac{\ln\frac{\pi}{e}}{W_0\left(\ln\frac{\pi}{e}\right)}$$

Et,

$$W_0\left(\ln\frac{e}{\pi}\right) = \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-n)^{n-1}}{n!}\left(\ln\frac{e}{\pi}\right)^n$$

$$W_0\left(\ln\frac{\pi}{e}\right) = \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-n)^{n-1}}{n!}\left(\ln\frac{\pi}{e}\right)^n$$

On a donc :

$$\boldsymbol{\tau_0 = \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(n)^{n-1}}{n!}\left(\ln\frac{\pi}{e}\right)^{n-1}}$$

$$\boldsymbol{\tau_i = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n)^{n-1}}{n!}\left(\ln\frac{e}{\pi}\right)^{n-1}}$$

$$\boldsymbol{\ln\frac{1}{\tau_e} = -t - \ln(t + \ln(t + \ln(t + \ln(t + \cdots))))}$$

$$\textbf{Avec, t} = -\ln\left(-\ln\frac{e}{\pi}\right)$$

8. TOUR DE PUISSANCE INFINIMENT HAUTE : TETRATION INFINIE.

La tour de puissance infiniment haute ou tétration infinie est une exponentiation itérée d'un nombre « a » et est notée :

$$\underbrace{{}^{\infty}(\boldsymbol{a}) = \boldsymbol{a^{a^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{a}}}}}}}}_{\boldsymbol{nombre\ infini\ d'exposants}}$$

On démontre que :

- La tétration infinie « ${}^{\infty}(a)$ » converge si et seulemnt si :

$$e^{-e} \leq a \leq e^{\frac{1}{e}}$$

- Pour tout nombre réel « r », tel que :

$$e^{-1} \leq r \leq e$$

$$\text{Et, } a = r^{\frac{1}{r}}$$

$$alors: {}^{\infty}(a) = r$$

L'application aux nombres « TAU » montre que :

$$\frac{\pi}{e} = (\tau_0)^{\left(\frac{1}{\tau_0}\right)}$$

$$e^{-e} \leq \frac{\pi}{e} \leq e^{\frac{1}{e}}$$

$$e^{-1} \leq \tau_0 \leq e$$

On a donc :

$$\boldsymbol{{}^{\infty}\left(\frac{\pi}{e}\right) = \tau_0}$$

Aussi,

$$\frac{e}{\pi} = (\tau_i)^{\left(\frac{1}{\tau_i}\right)}$$

$$e^{-e} \leq \frac{e}{\pi} \leq e^{\frac{1}{e}}$$

$$e^{-1} \leq \tau_i \leq e$$

On a :

$$\boldsymbol{{}^{\infty}\left(\frac{e}{\pi}\right) = \tau_i}$$

9. LES TETRATIONS CONVERGENTES.

En général, on peut calculer les nombres :

$$\tau_{0p}, \tau_{ip}\ et\ \tau_{ep}, pour\ tout\ nombre\ \left(\frac{\pi}{e}\right)^p$$

$$\forall p \in R\ tel\ que:$$

$$e^{-e} \leq \left(\frac{\pi}{e}\right)^p \leq e^{\frac{1}{e}}$$

$$C'est - à - dire: \frac{e}{1 - \ln \pi} \leq p \leq \frac{1}{e(\ln \pi - 1)}$$

$$et$$

$$e^{-1} \leq {}^{\infty}\left[\left(\frac{\pi}{e}\right)^p\right] \leq e$$

Ainsi :

$$\ln\left(\frac{1}{\tau_{0p}}\right) = W_0\left[\ln\left(\frac{e}{\pi}\right)^p\right]$$

$$\tau_{0p} = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k^{k-1}}{k!}\left[p \ln\left(\frac{\pi}{e}\right)\right]^{k-1}$$

$$\tau_{0p} = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(pk)^{k-1}}{k!}\left(\ln\frac{\pi}{e}\right)^{k-1}$$

$$\ln\left(\frac{1}{\tau_{ip}}\right) = W_0\left[\ln\left(\frac{\pi}{e}\right)^p\right]$$

$$\tau_{ip} = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{k^{k-1}}{k!}\left[p \ln\left(\frac{e}{\pi}\right)\right]^{k-1}$$

$$\tau_{ip} = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-pk)^{k-1}}{k!}\left(\ln\frac{\pi}{e}\right)^{k-1}$$

$$\ln\left(\frac{1}{\tau_{ep}}\right) = W_{-1}\left[\ln\left(\frac{e}{\pi}\right)^p\right]$$

En posant :

$$t = -\ln\left[-\ln\left(\frac{e}{\pi}\right)^p\right]$$

$$t = -\ln\left(p \ln\frac{\pi}{e}\right)$$

On a :

$$\ln\left(\frac{1}{\tau_{ep}}\right) = -t - \ln(t + \ln(t + \ln(t + \ln(t + \cdots))))$$

10. TOUR INFINIE DES RACINES.

SI ON POSE	AUSSI, SI ON POSE
$n_0 = \sqrt[\frac{\pi}{e}]{\frac{\pi}{e}}$ $n_1 = \sqrt[n_0]{\frac{\pi}{e}}$ $n_2 = \sqrt[n_1]{\frac{\pi}{e}}$ $n_3 = \sqrt[n_2]{\frac{\pi}{e}}$ $n_4 = \sqrt[n_3]{\frac{\pi}{e}}$ $n_5 = \sqrt[n_4]{\frac{\pi}{e}}$ $n_6 = \sqrt[n_5]{\frac{\pi}{e}}$ . . . $n_j = \sqrt[n_{j-1}]{\frac{\pi}{e}}$	$m_0 = \sqrt[\frac{e}{\pi}]{\frac{e}{\pi}}$ $m_1 = \sqrt[m_0]{\frac{e}{\pi}}$ $m_2 = \sqrt[m_1]{\frac{e}{\pi}}$ $m_3 = \sqrt[m_2]{\frac{e}{\pi}}$ $m_4 = \sqrt[m_3]{\frac{e}{\pi}}$ $m_5 = \sqrt[m_4]{\frac{e}{\pi}}$ $m_6 = \sqrt[m_5]{\frac{e}{\pi}}$ . . . $m_i = \sqrt[m_{i-1}]{\frac{e}{\pi}}$
ALORS	**ALORS**
$\lim\limits_{j\to\infty} \sqrt[n_{j-1}]{\frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{e}}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\tau_i}}$	$\lim\limits_{i\to\infty} \sqrt[m_{i-1}]{\frac{\boldsymbol{e}}{\boldsymbol{\pi}}} = \frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{\tau_0}}$

11. CONCLUSION.

Nous avons établi les nombres « TAU » : $\tau_0, \tau_e\ et\ \tau_i$. Ces nombres sont une combinaison par tétration infinie des nombres caractéristiques « π » et « e », par le truchement du rapport $\frac{\pi}{e}$. Ces nombres sont des racines des équations :

$$\sqrt[x]{x} = \frac{\pi}{e}\ et\ \sqrt[x]{x} = \frac{e}{\pi}$$

Les formules développées pour calculer les nombres « TAU » se présentent alors comme suit :

$$\boldsymbol{\tau_0} = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\boldsymbol{k}^{k-1}}{\boldsymbol{k}!}\left(\ln \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \left\{n + \left[1 + 4\left(arctan\frac{F_{n+2}}{F_{n+1}} - arctan\frac{F_n}{F_{n+3}}\right)\right]\right\}}{\boldsymbol{n}!}\right)^{k-1}$$

$$\boldsymbol{\tau_i = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-k)^{k-1}}{k!} \left(\ln \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \left\{ n + \left[1 + 4 \left(arctan \frac{F_{n+2}}{F_{n+1}} - arctan \frac{F_n}{F_{n+3}} \right) \right] \right\}}{n!} \right)^{k-1}}$$

$$\boldsymbol{\tau_e = [\exp(-t - \ln(t + \ln(t + \ln(t + \ln(t + \ln(t + \cdots))))))]^{-1}}$$

$$\mathbf{t} = \boldsymbol{-\ln \left(\ln \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \left\{ n + \left[1 + 4 \left(arctan \frac{F_{n+2}}{F_{n+1}} - arctan \frac{F_n}{F_{n+3}} \right) \right] \right\}}{n!} \right)}$$

$$\boldsymbol{k, n \in N}$$

Ces formules mathématiques développées permettent de calculer les nombres « TAU » par le truchement des nombres entiers naturels.

$$\tau_0 = 1{,}18752363535924990543840790282636 \ldots$$
$$\tau_e = 21{,}0534605618785518749632890010 60 \ldots$$
$$\tau_i = 0{,}880367778981734621826749852854 42 \ldots$$

Aussi :

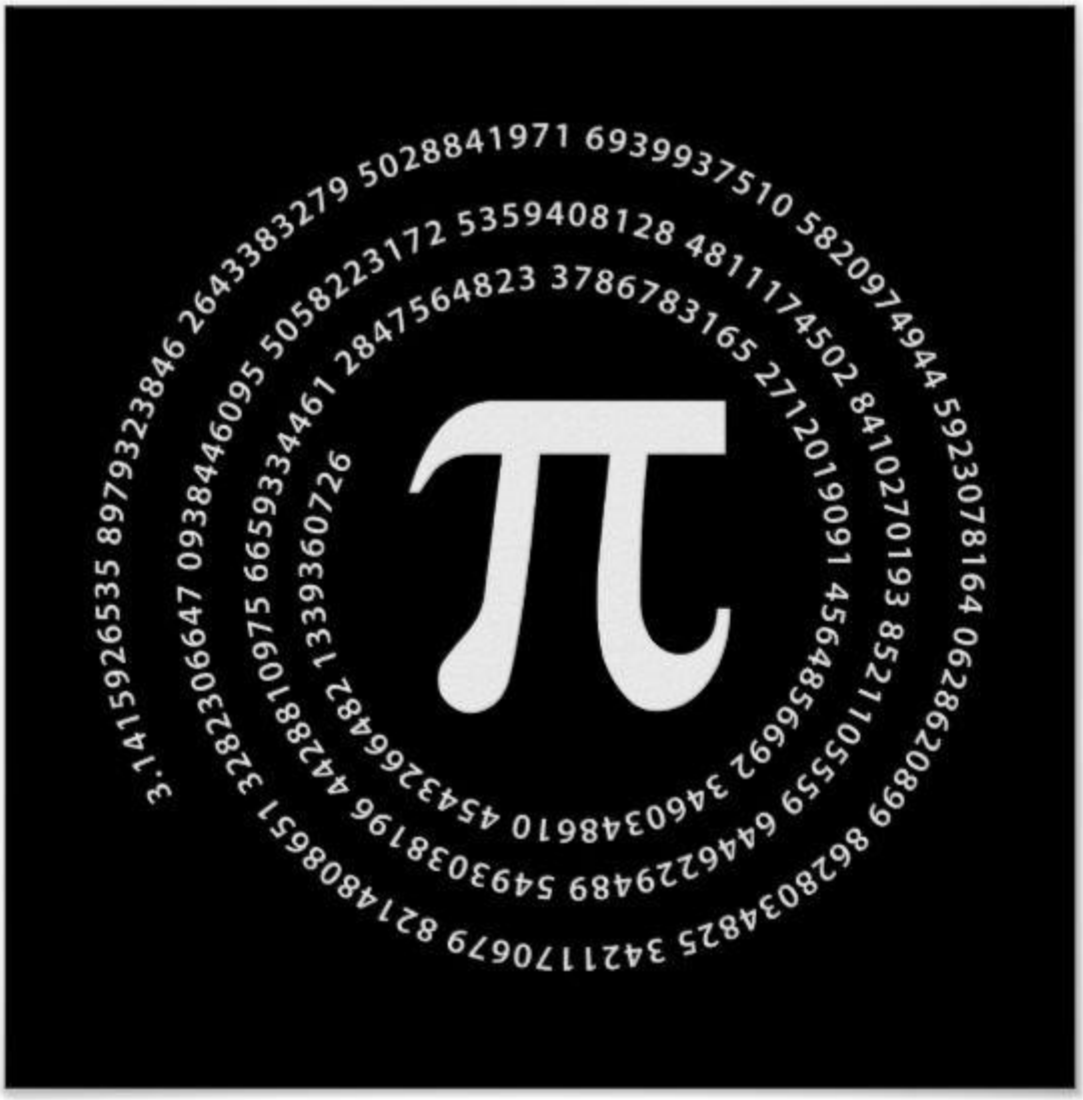
$$\tau_{0p} = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(pk)^{k-1}}{k!} \left(\ln \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \left\{ n + \left[1 + 4 \left(\arctan \left(\frac{F_{n+2}}{F_{n+1}} \right) - \arctan \left(\frac{F_n}{F_{n+3}} \right) \right) \right] \right\}}{n!} \right)^{k-1}$$

$$\tau_{ip} = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-pk)^{k-1}}{k!} \left(\ln \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \left\{ n + \left[1 + 4 \left(\arctan \left(\frac{F_{n+2}}{F_{n+1}} \right) - \arctan \left(\frac{F_n}{F_{n+3}} \right) \right) \right] \right\}}{n!} \right)^{k-1}$$

$$\tau_{ep} = [\exp(-t - \ln(t + \ln(t + \ln(t + \ln(t + \cdots)))))]^{-1}$$

$$\mathrm{t} = -\ln \left(p \ln \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(-1)^n \left\{ n + \left[1 + 4 \left(\arctan \left(\frac{F_{n+2}}{F_{n+1}} \right) - \arctan \left(\frac{F_n}{F_{n+3}} \right) \right) \right] \right\}}{n!} \right)$$

Nous ne savons pas si ces nombres sont irrationnels et transcendants.


π
3.1415926535 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510 5820974944 5923078164 0628620899 8628034825 3421170679 8214808651 3282306647 0938446095 5058223172 5359408128 4811174502 8410270193 8521105559 6446229489 5493038196 4428810975 6659334461 2847564823 3786783165 2712019091 4564856692 3460348610 4543266482 1339360726