International Journal for Multidisciplinary Research (IJFMR)
E-ISSN: 2582-2160 ● Website: www.ijfmr.com ● Email: editor@ijfmr.com

Deux Nouvelles Formules Pour Calculer Les Annuités Constantes

Par Kayeye Magala Georges

Enseignant à l'Institut Supérieur de Pastorale Familiale de Bukavu et Administrateur à la Société Internationale d'Electricité des Pays des Grands Lacs (SINELAC)

Résumé

Pour créer les entreprisses, diversifier ou intensifier leurs activités, les chefs d'entreprises font recours aux institutions financières pour des emprunts remboursables avec intérêts. Parfois, suite à la lourdeur procédurale de ces institutions, les emprunteurs font recours aux usuriers. Comme ces derniers ne sont pas, pour la plupart des financiers, ils calculent les intérêts simples qu'ils ajoutent au capital prêté et divisent le tout par les tranches des remboursements pour trouver les versements identiques qu'ils exigent comme remboursements périodiques. Cette pratique ressemble quelque peu à la modalité de remboursement par annuités constantes mais ne peut pas être scientifiquement valable car ne respectant pas le principe d'actualisation. En effet, la modalité des annuités constantes scientifiquement reconnue qu'appliquent les institutions financières tient compte du principe d'actualisation. Or, la plupart des demandeurs d'emprunts ne savent pas comment se calculent les annuités constantes étant donné que la formule classique utilisée n'est pas facile à maîtriser. Le présent papier est donc conçu dans la but de chercher comment contourner cette difficulté en mettant à la disposition des utilisateurs, deux nouvelles formules ou procédures plus faciles par rapport à la formule classique pour qu'avec moins d'effort, ils soient capables de dégager la part du capital à rembourser et celle des intérêts dus et contenus dans chaque versement, autrement dit, dans chaque annuité.

Mots clés : Usuriers, Institutions financières, Annuités constantes, Annuités variables, Itérations.

Abstract

Business leaders turn to financial institutions for loans repayable with interest by creating businesses, diversing or intensifying their activities. Sometimes, due to the cumbersome procedures of these institutions, borrowers resort to loan sharks. Since most of them are not financiers, they calculate the simple interest they add to the capital lent and divide it by the repayment tranches to find the indentical payments they require as periodic repayments. This practice is somewhat similar to the method of repayment by constant annuities, but cannot be scientifically valid because it does not respect the principle of discounting. Indeed, the scientifically recognized method of constant annuities applied by financial institutions takes account of the principle of discounting. However, most loan applicants do not know how constant annuities are calculated, as the traditional formula used by financial institutions is not easy to master. The purpose of this paper is therefore to try to find a way to get around this difficulty by making available to users two new formulas or procedures that are easier than the classic formula so that with less effort, they are able to release the share of the capital to be repaid and that of the interest due and contained in each instalment, in other words, in each annuity.

Keywords: Loan Sharks, Financial institutions, Constant annuities, Variable annuities, Iterations.

1. INTRODUCTION

Pour démarrer leurs activités ou pour leur renforcement en cours d'exploitation, les entreprises peuvent recourir auprès des banquiers pour des emprunts ou des crédits en se convenant non seulement sur les délais (échéances) et les taux mais aussi sur les modalités de remboursement. Les banquiers appliquent généralement la formule des annuités constantes pour calculer les montants à rembourser périodiquement par leurs clients. La seule formule classique appliquée actuellement pour déterminer le montant des annuités constantes est suivante :

Formule 1 : $$\boxed{\text{Annuité constante} = Vo \times \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}} \quad (1)$$

Où Vo = Emprunt ou Capital investi, i = Taux d'intérêt et n = durée de l'emprunt.

Cette formule classique n'est toujours pas facile à maîtriser pour certains utilisateurs et surtout pour la plupart des bénéficiaires des emprunts auprès de la banque tels que les hommes d'affaires, les dirigeants d'entreprises ainsi que les employés dont les rémunérations sont bancarisées et qui bénéficient des emprunts de leurs banques respectives. D'où la nécessité de chercher une ou d'autres formules relativement plus faciles à maîtriser car, pour Durkheim cité par Loubet des Bayle J.L, (2000, p.270), « il n'est jamais sans intérêt de rechercher si une loi établie pour un ordre de faits ne se retrouve pas ailleurs mutatis mutandis ». Et s'il est admis que par définition, la science est faite pour être dépassée (Bourdieu P., 1987) et que tout savoir scientifique est provisoire et doit être un jour ou l'autre remis en cause (Dumez H., 2016, p.44), il ne sera pas moins admissible ou moins logique de chercher à améliorer, tant que c'est possible, une théorie existante. Ici, il est hors de question de penser que la formule classique existante pour calculer les annuités constantes est contestée ou remise en cause mais il est plutôt question par principe d'équifinalité, de vérifier s'il ne pourrait jamais exister une autre formule plus souple pour arriver au même résultat car, en effet, selon Bertalanffy L, (1973) cité par Dumez H. (op cit.), « le même état final peut être atteint à partir d'états initiaux différents, par des itinéraires différents ».

1.1. Généralités sur les annuités

Par définition, l'emprunt est une expression comptable de la dette résultant de l'octroi des prêts remboursables à terme (Lassègue P. & al., 2015, p.18). Ces auteurs précisent que dans la pratique, un emprunt est une dette accordée à un tiers à long terme (dettes financières) et que, dans le cas contraire, les dettes à moyen et à court terme sont habituellement appelées « crédits ». Dans tous les cas, les emprunts et les crédits sont remboursables avec intérêts. L'intervalle de temps séparant deux versements consécutifs et qui peut être une année, un semestre, un trimestre, un mois, (etc.) est appelé période et le montant de chaque versement constitue le terme de l'annuité (Boissonnade M. & Fredon D., 2016, p.40). Pour eux, les annuités sont définies comme étant une suite de versements effectués à intervalles de temps égaux. Et Madry P., (2009, p. 28) définit aussi l'annuité comme étant le montant versé chaque année par un débiteur à son créancier pour le remboursement d'un emprunt. On peut noter que par convention, le remboursement peut être effectué par jour, par semaine, par mois, par trimestre, par semestre ou par an. C'est ainsi que, pour Meghraoui K., (2014, p.28), l'on parlera d'annuités dans le cas des périodes annuelles, de semestrialités dans le cas des périodes semestrielles, de trimestrialités dans le cas des périodes trimestrielles et de mensualités en cas de périodes mensuelles. Par conséquent, le terme « annuités », selon

Mathé A., (2015), est un terme générique qui peut désigner en même temps les versements ou paiements journaliers, hebdomadaires, mensuels, trimestriels, semestriels et annuels. Pour Denis J.P., (2016, p.45), l'annuité comprend à la fois le remboursement d'un capital emprunté ou placé (amortissement) et le paiement des intérêts. Il précise donc que le terme annuité est généralement constitué de deux parties : la part du capital remboursé et les intérêts payés. En ce qui concerne les modes de calcul des annuités, Madry P., (op cit.) va distinguer le cas des annuités constantes et le cas des annuités variables. C'est ainsi que pour Kooli M. & al., (2019, p.25), on parlera des annuités constantes lorsque les flux monétaires périodiques investis ou payés sont égaux sur un ensemble fini de périodes, qu'il s'agisse de placements ou d'emprunts. Ainsi, en fonction du taux d'intérêt convenu au préalable, les montants à verser par l'emprunteur sont toujours identiques par période et renferment chacun deux composantes : le remboursement d'une partie du principal et les intérêts de l'exercice (Lassègue P. & al., 2015). Comme signalé ci-dessus, les différents remboursements du capital sont appelés « amortissements » tandis les intérêts constituent la rémunération du prêteur. Masiéri W., (2008) définit l'intérêt comme étant le loyer de l'argent prêté. Et Cohen E., (1991) renseigne que dans le cas de l'amortissement en annuités constantes, la même somme globale est affectée d'année en année au service de la dette, c'est-à-dire au versement des remboursements et des intérêts. On constatera lors des annuités constantes, que la composante en intérêts de l'annuité globale décroît au fur et à mesure que le capital restant dû par l'emprunteur diminue alors que l'amortissement du capital accroît au fur et à mesure jusqu'à son apurement de sorte que la somme globale (intérêts + remboursements) demeure constante d'année en année. Par contre, en ce qui concerne les annuités variables, le montant de remboursement diminue chaque année et ne sont donc pas identiques. Dans ce cas, la part du montant concernant l'amortissement du capital emprunté reste stable alors que la part du paiement des intérêts diminue au fur et à mesure de la diminution du capital qui reste à rembourser (Madry P., op cit). On notera que, parfois, le remboursement du capital peut être effectué en une seule fois, à la fin de la dernière période de la convention. C'est ce qu'on appelle remboursement in fine. A ce moment-là, même si les annuités sont constituées de manière identique seulement par les intérêts périodiques jusqu'à l'année n-1, ce mode de remboursement sera toujours considéré comme étant à annuités variables, la variabilité se situant au niveau du dernier versement qui sera constitué de la totalité du capital ajouté du dernier montant des intérêts.

De manière classique, il existe trois modalités de remboursement telles que spécifiées et énumérées par Thibierge C. (2013, pp.64-65) :

1. Le remboursement in fine qui consiste à :
   - Calculer au départ le montant total des intérêts simples à payer (Capital x taux x temps) ;
   - Répartir équtablement les intérêts à payer sur chaque période et ;
   - Rembourser globalement tout le capital à l'échéance convenue en même temps que la dernière tranche des intérêts.
2. Le remboursement par l'amortissement constant du capital qui consiste à rembourser périodiquement, en tranches égales du capital, en payant en même temps les intérêts sur le capital qui était dû en début de la période. Cela fait que les paiements des intérêts sont aussi répartis dans le temps mais en des tranches inégales car calculées sur un capital qui diminue au fur et à mesure ;
3. Le remboursement par annuités ou mensualités constantes quant à lui consiste à des versements périodiques (annuels ou mensuels) égaux comprenant une partie du capital et une partie des intérêts.

En plus de ces trois modalités classiques de remboursement par annuités, l'autre modalité classique de remboursement formellement acceptable mais qui ne concerne pas les remboursements par annuités est celle qui découle du principe de la capitalisation de l'emprunt. Cette modalité consiste à « capitaliser le montant d'emprunts » pour trouver la valeur à rembourser une seule fois à l'échéance (capital + intérêts). En effet, par définition, la capitalisation selon Amelon J.L., (2004, pp.275-276), est un mécanisme de calcul des intérêts composés par lequel les intérêts produits périodiquement s'ajoutent au fur et à mesure au capital pour former un nouveau capital et produire d'autres intérêts sur base du nouveau capital constitué. Ainsi, à l'échéance, l'emprunteur est contraint de rembourser le capital augmenté des intérêts capitalisés.

Sur base de ce qui précède, deux observations se dégagent :

1. La différence entre le remboursement par amortissement constant du capital et celui par annuités constantes est que le premier se fait en tranches inégales tandis que le second se fait en tranches égales ;
2. La différence entre le remboursement in fine et le remboursement du capital augmenté des intérêts actualisés et cumulés est que, pour le premier, cette modalité concerne les remboursements par annuités constituées des intérêts simples calculés au départ sur le capital initial et répartis sur les différentes périodes de sorte que la dernière tranche des intérêts soit payée à la fin (à l'échéance convenue) globalement avec le remboursement du capital ; alors que, pour le second, rien n'est payé ni remboursé pendant toute la période pour ne rembourser le tout (capital et intérêts capitalisés) qu'à l'échéance et que par conséquent, cette dernière modalité ne concerne pas les remboursements par annuités.

1.2. Cas pratiques des annuités chez les usuriers

Au-delà des modalités citées ci-dessus, il s'observe d'autres modalités qui se pratiquent de manière informelle, surtout chez les usuriers, sous forme de remboursements par annuités. On va citer seulement deux d'entre les modalités pratiquées par les usuriers. La première modalité informelle constatée est celle selon laquelle, après avoir calculé la totalité des intérêts à payer, on les ajoute directement au montant de l'emprunt puis on divise le tout par le nombre des périodes (années, semestres, trimestres, mois, semaines, jours) pour trouver un montant identique à payer par période. A titre d'exemple, pour un cas d'emprunt de 10 000 unités monétaires au taux de 10% à rembourser en 5 périodes, de manière simpliste, les usuriers non-financiers se contentent de calculer 10% de 10 000 pour trouver 1 000 auquel ils ajoutent 10 000 pour faire 11 000 à diviser par 5 périodes pour trouver une annuité constante de 2 200. Cette modalité s'appellerait « amortissement constant du capital et des intérêts ». Et la deuxième modalité informelle constatée dans la pratique, celle qui est plus fréquente chez les usuriers (comme signalé ci-dessus), consiste à payer globalement le capital et les intérêts en une seule fois, à l'échéance convenue. Cette modalité s'appellerait « Remboursement du Capital et des intérêts in fine ». Ces deux cas de modalités informelles pratiquées par les usuriers ont comme faiblesse, le fait qu'en actualisant leurs remboursements, on constate qu'à la fin de la période, il n'y a pas d'équivalence entre les montants de l'emprunt (valeur initiale) et les valeurs acquises des capitaux investis initialement et ne respectent donc aucune règle ou principe scientifique. Les pratiques des usuriers ne sont donc pas scientifiquement acceptables.

Partant du même exemple où un emprunt de 10 000 doit courir une durée de 5 ans au taux de 10%, le tableau de remboursement pour chaque modalité, selon les 6 modalités décrites ci-dessus, en actualisant au fur et à mesure les différents versements, se présente comme ci-dessous :

Tableau n°1 : Différentes modalités de remboursement de l'emprunt

Modalités	Détails	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5	Total	Valeur actualisée
	Intérêts	1 000	1 000	1 000	1 000	1 000	5 000	

Remboursement du Capital in fine	Capital remboursé	00	00	00	00	10 000	10 000	
	Total	1 000	1 000	1 000	1 000	11 000	15 000	
	Capital restant dû	10 000	10 000	10 000	10 000	00		
Actualisation du total versé		909	827	751	683	6 830	10 000	10 000
Amortissement constant du Capital	Intérêts	1 000	800	600	400	200	3 000	
	Capital remboursé	2 000	2 000	2 000	2 000	2 000	10 000	
	Total	3 000	2 800	2 600	2 400	2 200	13 000	
	Capital restant dû	8 000	6 000	4 000	2 000	00		
Actualisation du total versé		2 727	2 314	1 954	1 639	1 366	10 000	10 000
Annuités constantes	Intérêts	1 000	836	656	458	240	3 190	
	Capital remboursé	1 638	1 802	1 982	2 180	2 398	10 000	
	Total	2 638	2 638	2 638	2 638	2 638	13 190	
	Capital restant dû	8 632	6 560	4 578	2 398	00		
Actualisation du total versé		2 398	2 180	1 982	1 802	1 638	10 000	10 000
Remboursement constant du capital et des intérêts actualisés	Intérêts	00	00	00	00	6 105	6 105	
	Capital remboursé	00	00	00	00	10 000	10 000	
	Total	00	00	00	00	16 105	16 105	
	Capital restant dû	10 000	10 000	10 000	10 000	00		
Actualisation du total versé		00	00	00	00	10 000	10 000	10 000
Amortissement constant du capital et des intérêts	Intérêts	200	200	200	200	200	1 000	
	Capital remboursé	2 000	2 000	2 000	2 000	2 000	10 000	
	Total	2 200	2 200	2 200	2 200	2 200	11 000	
	Capital restant dû	8 000	6 000	4 000	2 000	00		
Actualisation du total versé		2 000	1 818	1 653	1 503	1 366	8 340	8 340
	Intérêts	00	00	00	00	5 000	5 000	

Remboursement in fine du capital et des intérêts	Capital remboursé	00	00	00	00	10 000	10 000	
	Total	00	00	00	00	15 000	15 000	
	Capital restant dû	10 000	10 000	10 000	10 000	00		
Actualisation du total versé		00	00	00	00	9 314	9 314	9 314

De l'analyse du tableau ci-dessus, comme déjà signalé, on constate que, même si elles sont pratiquées par les usuriers, les modalités 5 et 6 ne sont pas adaptées ou appropriées car l'actualisation de leurs remboursements s'écarte de la logique de l'équivalence du total des montants remboursés par rapport à celui de la valeur initiale de l'emprunt. Raison pour laquelle elles ne sont pas appliquées dans les transactions formelles. En effet, après actualisation des versements successifs, les modalités 5 et 6 qui sont propres aux usuriers feraient perdre au banquier respectivement 1 660 soit 10 000 – 8 340 pour la modalité numéro 5 et 686 soit 10 000 – 9 314 pour la modalité numéro 6. Or, aucune banque n'acceptera de travailler à perte. Par contre, après actualisation des données de quatre premières modalités, on constate pour chacune d'elles, une valeur acquise de 10 000. Ce qui signifie que le banquier resterait indifférent d'appliquer l'une ou l'autre de ces quatre premières modalités mais, elles présentent aussi chacune des avantages et des désavantages selon qu'on est prêteur (banquier) ou emprunteur (entrepreneur) tel qu'explicité dans les deux tableaux ci-dessous :

Tableau n°2 : Avantages de chaque modalité de remboursement

Modalités	Prêteur	Emprunteur
Remboursement in fine	Rien à signaler.	Facilité de trésorerie pendant toute la période car l'emprunteur ne paye que les intérêts seulement, le capital n'étant remboursé que globalement à l'échéance.
		Pendant toute la période de non-remboursement du capital emprunté, celui-ci contribue éventuellement au bon fonctionnement de son projet.
		Il y a gain en cas d'inflation.
Amortissement constant du capital	Le capital est amorti au fur et à mesure par tranches égales.	Le remboursement du capital par tranches égales permet d'équilibrer la charge sur toutes la période.
	Les intérêts à percevoir sont élevés au courant de premières années car calculés sur un capital élevé.	Au fil des années, la charge va en diminuant car les intérêts à payer diminuent aussi au fur et à mesure.
	Moins de risque d'inflation	Pas de risque d'inflation
Annuités constantes	Les versements attendus sont uniformes année par année créant un équilibre au niveau de la trésorerie.	Les décaissements annuels identiques à payer par période facilitent la gestion de la trésorerie.

Remboursement unique du capital et des intérêts actualisés	Rien à signaler.	Le capital emprunté ainsi que les intérêts cumulés sont remboursés en une seule fois, à l'échéance ; ainsi l'emprunt aura contribué suffisamment au développement du projet.
		Aucun risque en cas d'inflation.

Tableau n°3 : Désavantages de chaque modalité

Modalités	Prêteur	Emprunteur
Remboursement in fine	La trésorerie reste faible ou diminuée pendant toute la période du prêt en ne se contentant seulement que des intérêts perçus périodiquement.	Remboursement d'un gros montant en une seule fois, à l'échéance, du capital et de la dernière tranche des intérêts.
	Il y a risque de perte en cas d'inflation.	
Amortissement constant du capital	Rien à signaler.	Paiement de gros montants au courant de premières années car les intérêts sont calculés sur un capital restant dû élevé.
Annuités constantes	Rien à signaler.	Rien à signaler.
Remboursement unique du capital et des intérêts actualisés	La trésorerie reste faible ou diminuée pendant toute la période de l'emprunt jusqu'à l'échéance.	Remboursement d'un gros montant en une seule fois, à l'échéance, du capital ainsi que les intérêts cumulés et actualisés.
	Risque très élevé de non-remboursement.	Fort déséquilibre de la trésorerie lors du remboursement.
	Risque très élevé en cas d'inflation.	

L'analyse de ces deux tableaux ci-dessus montre que seule la modalité consistant aux remboursements par annuités constantes a des avantages pour les deux parties et ne fait constater, par contre, aucun désavantage pour elles (parties). Ceci est une raison convaincante pour laquelle, bien que les remboursements par les 4 autres modalités égalisent, après actualisation, la valeur acquise de l'emprunt et sa valeur initiale, la modalité de remboursement par annuités constantes est celle qui est plus utilisée par la plupart si pas par toutes les banques et institutions de micro finances (IMFs). Cependant, elle est la modalité dont la formule semble difficile à comprendre et à maîtriser pour les non ou les moins mathématiciens.

1.3. Question et Objectif de la recherche

En analysant la formule classique actuellement utilisée pour calculer les annuités constantes (voir formule 1 ci-haut), on peut constater qu'elle se présente sous forme de fraction dont le dénominateur peut aussi s'écrire de la manière suivante :

$$1 - \frac{1}{(1+i)^n}$$

La présentation ci-dessus est quelque peu, si pas trop effrayante à ceux qui ont une aversion aux calculs compliqués et fastidieux. Et c'est le fait que la formule classique ci-dessus soit un peu compliquée qui constitue un problème aux emprunteurs et que l'on cherche à contourner à travers la présente étude. La question a donc été de savoir s'il n'y aurait pas une ou d'autres formules pour calculer les annuités constantes qui seraient plus faciles à appréhender. En effet, la découverte d'une ou plusieurs autres formules pour calculer les annuités constantes et qui soient plus faciles à intérioriser ou à maîtriser a été l'objectif du présent exercice d'esprit. C'est alors que, pour chercher à répondre à la question de la présente étude et ainsi parvenir à atteindre son objectif, par principe d'équifinalité (comme signalé dans l'introduction) et en référence à Bertalanffy (op.cit.) selon qui, « le même état final peut être atteint à partir d'états initiaux différents, par des itinéraires différents », l'hypothèse selon laquelle il pourrait exister une ou d'autres formules plus faciles à appréhender pour calculer les annuités constantes a été émise. Cette hypothèse se justifie par le fait que, nulle part dans la littérature existante sur les annuités on a trouvé une ou des propositions d'autres formules pour calculer les annuités constantes. La présente étude pourrait donc être une première, si pas une de premières en ce genre et c'est ce qui justifie, par conséquent, sa pertinence et son orignalité.

2. APPROCHE METHODOLOGIQUE

2.1. Méthodologie de recherche et collecte des données

Selon Steven J. Taylor & al.,(2016, p.3), "the term methodology refers to the way in which we approach problems and seek answers". Ils ajoutent que "in the social sciences, the term applies to how research is conducted". La présente étude a effectivement concerné une activité courante de la vie sociale visant à appréhender le niveau de compréhension et de la maîtrise par les bénéficiaires des crédits et emprunts de la manière dont les banques et autres insitutions financières calculent les annuités qu'elles leur font payer en termes des remboursements successifs. Comme il s'est agi d'analyser les comportements et attitudes de certaines catégories de personnes, l'approche qualitative a été jugée la mieux appropriée pour bien mener cette recherche. Or, en recherche qualitative, comme le préconise Yin R. (2016, p.138), "when you position yourself in ways other than being a participant-observer but want to collect data for qualitative research, the potential data collection methods are: interviewing, observing, collecting and examining and feeling". C'est ainsi que tout est parti d'un échange libre et fortuit entre quelques clients de la Bank of Africa dans la ville de Goma, une des villes de l'Est de la République Démocratique du Congo (RDC), où l'un des interlocuteurs demandait aux autres de lui expliquer comment le montant qu'il devait rembourser mensuellement était identique chaque mois et comment il était calculé. L'observation avait conduit à l'examen des documents d'échéancier que la banque avait remis aux bénéficiaires et après avoir écouté ces derniers, le constat a été tel que personne ne connaissait comment les montants des annuités étaient identiques mois par mois. De l'analyse des discours de ces acteurs économiques, on a compris qu'ils avaient comme sentiment que les montants qu'on leur exigeait de rembourser mensuellement étaient surestimés et qu'ils en étaient pénalisés car, selon eux, le total à rembourser par chacun au terme de leurs crédits était toujours supérieur au montant des crédits leur accordés et que par la suite, le taux leur appliqué sur 10 000 pendant 5 ans n'était plus de 10% convenu mais plutôt 31,9%, soit 3 190 donc 13 190 – 10 000 divisé par 10 000 multiplié par 100. Comme ils n'avaient pas pour la plupart la notion de l'actualisation du capital investi, pour eux, les banques n'étaient donc pas sérieuses. Cela a été un « fait marquant et étonnant » à partir duquel l'idée de mener une édude sur cette situation a été déclenchée. C'est alors qu'il a été question d'écouter et d'échanger autour de ce cas avec quelques catégories des personnes considérées comme parties prenantes à des banques et autres institutions finanicières et qui sont plus concernées par les crédits bancaires, notamment les clients des banques, les agents de crédit, les dirigeants et d'autres partenaires. L'observation s'est donc élargie sur d'autres clients d'autres banques de la ville de Goma toujours ainsi que celles de Bukavu, une autre ville de l'Est de la RDC et le constat a été le même. Pour formaliser la récolte des données, des entrevues semi-structurées ont été organisées sur base d'un guide d'entretien soumis aux différentes catégories des personnes citées ci-haut pour avoir une idée claire sur le phénomène. L'échantillonanage a été théorique de sorte que le choix des enquêtés n'était pas prédéfini mais plutôt orienté par le terrain. C'est donc l'approche dite de la théorie ancrée (grounded theory) qui a été utilisée en nous appuyant sur le principe de l'« emergent-fit »[1] pour nous permettre de confronter les discours des interviewés à la réalité empirique, selon Droh B.S. & Mobio J.A., (2019).

2.2. Essais de nouvelles formules

Sur base de l'hypothèse ci-dessus, pour essayer de trouver une ou d'autres formules pour calculer les annuités constantes, la démarche a consisté à un processus itératif constitué des va et vient, en plusieurs essais et simulations, partant d'un exemple où le capital investi est d'une valeur à l'origine (Vo) de 10 000 pour une durée (n) de 5 ans au taux (i) de 10%. Le raisonnement a été guidé par le principe de la capitalisation d'un emprunt ou d'un investissement initial (Vo) pour trouver sa valeur future ou acquise à une période ultérieure (Vn), la formule étant $Vn = Vo \times (1+i)^{n}$. Partant des données du cas ci-dessus, la valeur capitalisée à la période n (Vn) telle que calculée est égale à 16 105.

En effet, en référence à Miles et al. (2014) cités par Corbière M. & Larivière N., (2014), le processus a été un exercice créatif réalisé avec rigueur et a nécessité plusieurs itérations avant de trouver le format qui représente le mieux les relations qui ont conduit aux deux nouvelles méthodes de calculer les annuités constantes. Ainsi, les étapes se sont construites de la manière suivante :

2.2.1. Pour la première nouvelle formule

1. La première étape a consisté, comme signalé ci-dessus, à calculer la valeur future du montant de l'emprunt. Ce qui a donné un montant de 16 105 calculé de la manière suivante :
   $Vn = Vo \times (1+i)^n$; $Vn = 10{,}000 \times (1{,}1)^5 = 16\ 105$
2. La deuxième étape a été celle de calculer les annuités constantes sur base de la formule classique actuelle tel que ci-dessous :

Annuité constante = $Vo \times \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ où Vo = Montant de l'emprunt, i = Taux d'intérêt et n = Durée de l'emprunt.

Ce qui fait que l'annuité constante est égale à : $10{,}000 \times \frac{10\%}{1-(1{,}1)^{-5}} = 2\ 638$

Donc 2 638 est le montant qui inclut le capital et l'intérêt à rembourser à la fin de chaque année pendant de 5 ans.

3. Comme la recherche qualitative est aussi dite « compréhensive » (Dumez H., op.cit), la troisième étape a consisté à chercher à comprendre ce que représentent les 2 638 de versement annuel par rapport à 16 105 de valeur future au terme de 5 ans. Il a alors été question de diviser les 16 105 par 2 638 pour constater donc que 16 105 est 6,105 fois les 2 638 à rembourser périodiquement. Donc, 6,105 est le chiffre qui divise 16 105 pour trouver l'annuité constante de 2 638. On a constaté que 6,105 représente 16 105 (Vn) diminué de 10 000 (Vo), le tout divisé par 1 000. Or, les 1 000 représentent 10% (taux d'intérêt) de 10 000 (Vo).
4. Ainsi, pour trouver les 2 638 d'annuités constantes, on a procédé par le calcul suivant :

[1] « Emergent-fit » en anglais peut se traduire en français par « adaptation émergente ». Cela consiste à ce quee l'interviewer adapte les énoncés des interviewés à la réalité du terrain tout en s'y adaptant lui-même pour reformuler au fur et à mesure les questions de l'interview en question.

$$\text{Annuité constante : } \frac{16\,105}{\frac{16\,105 - 10\,000}{10\,000 \times 10\%}}$$

Cette formule qui reste brute montre que l'annuité constante est :

$$\text{Annuité constante : } \frac{Vn}{\frac{Vn - Vo}{Vo \times i}}$$

A ce stade, la forme de cette nouvelle formule n'étant pas encore suffisamment compréhesible, il a été question de la développer encore pour obtenir une forme plus simple. Ainsi, comme cette formule brute se présente sous forme d'une fraction qui divise une autre fraction, on a multiplié la première fraction par la seconde renversée pour trouver que :

$$\text{Annuité constante} = \frac{Vn \times Vo \times i}{Vn - Vo}$$

Pédagogiquement, pour intérioriser cette étape de la formule, il suffit de multiplier les 3 valeurs entre elles au niveau du numérateur, en commençant, seulement pour raison d'esthétique, par la valeur la plus élevée (Vn) pour terminer par la moins élevée (i), et à placer au dénominateur, la différence entre la valeur future ou acquise et la valeur initiale (Vn et Vo), donc les deux valeurs les plus élevées du numérateur. Mais à cette étape, cette formule ci-contre reste toujours brute car elle peut encore être retraitée.

On a décomposé le Vn au dénominateur pour trouver ce qui suit : $\frac{Vn \times Vo \times i}{Vo \times (1+i)^n - Vo}$

Puis on a factorisé au dénominateur toujours pour trouver : $\frac{Vn \times Vo \times i}{Vo \times (1+i)^n - 1}$

Enfin, on a simplifié pour trouver que pour calculer l'annuité constante, il faut : $\frac{Vn \times i}{(1+i)^n - 1}$

Ainsi, la première nouvelle formule pour calculer l'annuité constante est la suivante :

Formule 2 : $$\boxed{\text{Annuité constante} = \frac{Vn \times i}{(1+i)^n - 1}} \quad (2)$$

Ci-dessus est donc, selon la présente étude, la première nouvelle formule pour calculer l'annuité constante. Elle a été construite sur base de la formule de la capitalisation d'un emprunt ou investissement (Vo x $(1+i)^n$ qu'on a multiplié par le taux (i) puis divisé par le facteur de l'actualisation $(1+i)^n$ déduit d'une unité (1), donc $(1+i)^n - 1$.

Sur le plan pédagogique, cette formule a comme avantage, le fait qu'elle est plus facile à intérioriser par rapport à la formule classique. Il suffit comme signalé, de calculer la valeur acquise, la multiplier par le taux puis diviser le tout par $(1+i)^n - 1$.

2.2.2. Pour la deuxième nouvelle formule

En appliquant la première formule ci-dessus, on va trouver que pour un emprunt de 10 000 dont l'échéance est de 5 ans au taux d'intérêt de 10%, l'annuité constante sera :

$\frac{10\,000 \times (1{,}1)^5 \times 0{,}1}{(1{,}1)^5 - 1} = \frac{1\,610{,}51}{0{,}61051}$ = 2 638 qui est le même résultat qu'avec la formule classique.

Sur base de ce résultat, on peut dresser le tableau des remboursements ou des amortissements.

Sachant que les annuités sont des montants identiques que l'on débourse année par année, que les intérêts à payer se calculent sur base du capital restant dû à la fin de l'année précédente (à fin n-1, donc en début de l'année concernée) et que le montant du capital à rembourser est la différence entre l'annuité et l'intérêt, le tableau des amortissements du capital est celui ci-dessous :

Tableau n°4 : Tableau de remboursement par annuités constantes

N°	Années	0	1	2	3	4	5	Total
1	Annuités constantes	0	2 638	2 638	2 638	2 638	2 638	13 190
2	Intérêts payés = Ligne n° 4 de n-1 x 10%	0	1 000	836	656	458	240	3 190
3	Capital remboursé	0	1 638	1 802	1 982	2 180	2 398	10 000
4	Capital restant dû	10 000	8 362	6 560	4 578	2 398	0	0

De l'analyse du tableau ci-dessus et, en harmonie avec la définition de l'annuité constante elle-même, il est clair que l'annuité est la somme de l'intérêt à payer (ligne 2) et le capital à rembourser au courant de chaque année (ligne 3), donc ligne 1 = ligne 2 + ligne 3. Il s'observe que les montants de la ligne 1 sont identiques dans les colonnes 1 à 5. On constate aussi que tout part de la quatrième colonne du tableau, celle de la première année de remboursement (année 1). Cela montre qu'il suffit de connaître le montant de l'intérêt et celui du capital à rembourser à la fin de la toute première année pour que tout le reste soit automatiquement calculé. Ainsi, pour trouver la deuxième nouvelle formule, le raisonnement est parti de l'analyse du tableau de remboursement ci-dessus. Il a été constaté qu'à la première année, les intérêts payés sont calculés suivant la formule classique des intérêts simples, soit exactement le capital emprunté (Vo) multiplié par le taux (i) et par le temps qui est d'une année ; et que le montant du capital remboursé, comme déjà signalé ci-haut, est le montant de l'annuité (ici, c'est 2 638) déduit de l'intérêt annuel (ici, l'intérêt annuel c'est 10 000 x 10% x 1 = 1 000). La façon de calculer l'intérêt simple étant déjà connue (Capital x Taux x Temps), il a été question de savoir comment calculer le capital à rembourser à la fin de la première année étant entendu qu'à ce stade, on ne connait pas à l'avance l'annuité car, d'ailleurs c'est ce que l'on cherche. Sachant déjà que, sur base de la formule classique et de la première nouvelle formule ci-haut, l'annuité est de 2 638, ce montant a été l'indicateur ou le point de repère pour trouver une autre nouvelle façon de procéder. Ainsi, considérant que l'intérêt à la première année est de 1 000 (soit 10% de 10 000), on a trouvé que les 1 638 du capital à rembourser à la fin de la première année (2 638 - 1 000) représentent 10 000 (Vo) divisés par 6,105. Or, ci-haut, on a déjà montré que 6,105 c'est 16 105 (Vn) – 10 000 (Vo) le tout divisé par 10 000 (Vo) x 10% (i).

Cela conduit à conclure que 1 638, la part du capital à rembourser à la fin de la première année est :

$$\frac{10\,000\ (Vo)}{\dfrac{16\,105\ (Vn) - 10\,000\ (Vo)}{10\,000\ (Vo) \times 10\%\ (i)}}$$

Ainsi donc, le montant du capital à payer à la fin de la première année se calculera comme suit :

$$\frac{Vo}{\dfrac{Vn - Vo}{Vo \times i}}$$

En multipliant encore la première fraction par la seconde renversée, on trouve la fraction suivante :

$\frac{Vo \times Vo \times i}{Vn - Vo}$ Cela revient à : $\frac{Vo^2 \times i}{Vn - Vo}$

Mais cette formule a été ensuite développée pour arriver à ce qui suit :

$$\frac{Vo^2 \times i}{Vo \times (1+i)^n - Vo} \longrightarrow \frac{Vo^2 \times i}{Vo \times [(1+i)^n - 1]} \longrightarrow \text{Capital rembourser} = \frac{Vo \times i}{(1+i)^n - 1}$$

Cela fait que, la deuxième façon plus simple de calculer l'annuité constante va consister à procéder par les étapes suivantes :

1) Calculer le montant de l'intérêt de la première période du remboursement sur base du montant global de l'emprunt. Pour le cas présent, c'est 10 000 x 10% = 1 000 ;
2) Calculer ensuite le montant du capital à rembourser en utilisant la formule ci-dessous :
   $\frac{Vo \times i}{(1+i)^n - 1}$ soit $\frac{10\,000 \times 10\%}{(1{,}1)^5 - 1}$ = 1 638
3) Additionner le montant des intérêts avec celui du montant du capital à rembourser à la première année et la somme trouvée est donc l'annuité constante sur toute la période ;
4) On aura donc combiné les deux sous-formules ci-dessus pour trouver la formule ci-dessous :

Formule 3 : $$\boxed{\text{Annuité constante} = (Vo \times i) + \frac{Vo \times i}{(1+i)^n - 1}} \quad (3)$$

La formule ci-dessus est la deuxième nouvelle formule proposée. Sa facilité réside dans sa forme du fait qu'il ne suffit que de calculer l'intérêt simple (périodique) du capital investi auquel on ajoute ce même intérêt annuel qui est divisé par $(1+i)^n - 1$.

Pour arriver à ces résultats, l'approche méthodologique a donc été cyclique, allant de la déduction à l'induction pour revenir à la déduction car, pour Prévost P. & Roy M., (2015, p.18), c'est par un cycle d'opérations inductives et déductives que le chercheur appréhende le réel pour en construire des modèles et des théories qu'il retourne ensuite à ce même réel pour les valider, pour construire des interprétations toujours plus riches ou encore pour le transformer. Paillé P. & Mucchielli A., (2021, p.230) mentionnent quant à eux que dans ce genre de raisonnement, il faut inventer des catégories qui vont englober les divers éléments comparables et que cette invention se fait par une série d'aller-retour d'induction-déduction. Il est important de noter que selon Campenhoudt L. & al., (2017, p.12), la démarche se présente comme essentiellement déductive lorsque l'on progresse de la théorisation vers le terrain, le raisonnement inverse étant inductif et que dans le déroulement de la plupart des recherches concrètes, déduction et induction ne s'opposent pas, mais se complètent. Et pour Thiétart R. & al., (2014, p.189), le chercheur doit toujours se poser la question de savoir si l'utilisation d'une méthode complémentaire permettrait d'améliorer l'analyse. Ils ajoutent, en citant Bamberger et Pratt (2010), qu'en plus d'engendrer des théories, les éléments du terrain peuvent aussi être utilisés pour enrichir ou améliorer les théories existantes. C'est pourquoi dans la présente étude, par déduction, les formules classiques existantes pour calculer les anuités constantes et celles utilisées dans le cadre de la capitalisation et de l'actualisation des investissements en tant que théories, ont été décomposées au fur et à mesure en différents morceaux qui les composent. Par analogie, ces morceaux sont considérés comme étant le terrain et par induction, ils ont été réutilisés pour reconstituer ou reconstruire de nouvelles formules.

Pour vérifier l'exactitude et la conformité de ces deux nouvelles formules par rapport à la formule classique, par une démarche comparative, dix cas ont été testés sur base d'un tableau Excel ci-dessous en comparant les résultats de chaque formule. Il a été constaté que tous les résultats de 3 formules comparées (la formule classique et les 2 nouvelles formules qui viennent d'être mises sur pieds) sont identiques.

3. PRESENTATION DES RESULTATS

Il a été constaté qu'en dehors de la formule classique de calcul des annuités constantes, deux autres façons de procéder de manière scientifiquement acceptable sont possibles :

- La première façon de procéder se présente sous forme d'une fraction dont les termes au numérateur sont constitués de l'emprunt capitalisé (Vn) multiplié par le taux (i) et le tout divisé par $(1 + i)^n - 1$ soit donc Vn x i : $(1+i)^n - 1$; tout en sachat que Vn = Vo x $(1+i)^n$.
  Ce qui a donné (16 105 x 10%) : (1,616051 – 1) = 1 610,5 : 0,61051 = 2 638 exactement comme dans la formule classique.
- La deuxième façon consiste en trois phases :
  - Calculer l'intérêt dû à la première année par la formule de l'intérêt simple : Vo x i. Cela a donné 1 000 pour un capital de 10 000 investi au taux de 10% ;
  - Calculer la part du capital à rembourser au terme de la première année par la fraction suivante : Vo x i : $(1+i)^n - 1$. Cela a donné 1 638
  - Additionner les deux éléments (1 000 + 1 638) pour trouver le montant de 2 638 qui est l'annuité constante, exactement comme dans la formule classique ;

Cela se résume dans la formule : (Vo x i) + ((Vo x i) : $(1+i)^n - 1$)

Ainsi, le processus de la présente recherche a été itératif ; ce qui a fait que la présentation des résultats a été progressive avec comme avantage de nourrir la collecte et la condensation des données ainsi que l'élaboration et la vérification des conclusions comme le préconise Miles et al., (op cit)

La vérification de l'exactitude de deux nouvelles formules a été effectuée sur 10 cas choisis au hasard et les résultats ont été comparés à ceux de la formule classique tel que constaté dans le tableau n°5 ci-dessous de manière que dans la colonne A, on a les résultats de la formule classique selon laquelle l'annuité constante est égale à Vo x i : (1- $(1+i)^{-n}$) ; dans la colonne B, on a les résultats de la première nouvelle formule selon laquelle l'annuité constante est égale à Vo x $(1+i)^n$ x i : $(1+i)^n$ -1 et dans la colonne C, on a les résultats de la deuxième nouvelle formule selon laquelle l'annuité constante est égale à la somme de deux composantes (C1 et C2) dont C1 est égal à Vo x i et C2 est égal à Vo x i : $(1+i)^n$ -1.

Tableau n° 5 : Vérification des résultats de deux nouvelles formules comparés à ceux de la formule classique du calcul des annuités constantes

N°	Vo	N	I	Vn	A = Formule classique	B = Nouvelle formule 1	C = Nouvelle formule 2		
							C1	C2	Total
Formules →					(Vo x i) : 1 – $(1+i)^{-n}$	Vo x $(1+i)^n$ x i : $(1+i)^n - 1$	Vo x i	(Vo xi) : $(1+i)^n$ - 1	C1+C2
1	10 000	5	10%	16 105	2 638	2 638	1 000	1 638	2 638
2	12 000	10	3%	16 127	1 407	1 407	360	1 047	1 407
3	15 000	3	7%	18 376	5 716	5 716	1 050	4 666	5 716

4	18 000	4	6%	22 725	5 195	5 195	1 080	4 115	5 195
5	20 000	6	8%	31 737	4 326	4 326	1 600	2 726	4 326
6	35 000	7	9%	63 981	6 954	6 954	3 150	3 804	6 954
7	45 000	8	4%	61 586	6 684	6 684	1 800	4 884	6 684
8	85 000	2	12%	106 624	50 294	50 294	10 200	40 094	50 294
9	140 000	4	3%	157 571	37 664	37 664	4 200	33 464	37 664
10	158 000	5	3,5%	187 654	34 994	34 994	5 530	29 464	34 994

De l'analyse du tableau ci-dessus, il est clair que les résultats de deux nouvelles formules (colonnes B et C) sont identiques avec ceux de la formule classique (Colonne A). Cela signifie que les deux nouvelles formules sont correctes et peuvent être ajoutées au stock de la connaissance scientifique.

4. CONCLUSION

A l'issue de la présente recherche, en plus de la seule formule classique qui existait jusqu'à ce jour (formule 1 ci-haut), deux nouvelles formules pour calculer les annuités constantes viennent d'être mises à la disposition des utilisateurs tels que les scientifiques, les étudiants, les dirigeants et les gestionnaires d'entreprises, etc.

La première nouvelle formule est relativement facile à maîtriser par rapport à la formule classique à partir du moment où il ne suffit que de multiplier la valeur acquise de l'emprunt après un temps donné par le taux d'intérêt puis diviser le produit obtenu par le facteur de l'actualisation $(1+i)^n$ dont on déduit une unité, donc $(1+i)^n - 1$.

La deuxième nouvelle formule est encore plus facile à maîtriser car, il ne suffit que de calculer deux éléments à additionner : 1) l'intérêt annuel du capital investi à la première année pour trouver la part des intérêts et 2) ce même intérêt annuel qui est divisé par le facteur de l'actualisation $(1+i)^n$ dont on déduit une unité, donc $(1+i)^n -1$ et qui constitue la part du capital à rembourser. La somme de ces deux éléments sera donc effectivement l'annuité constante à rembourser après chaque année jusqu'au terme de l'emprunt en question.

L'originalité de cette recherche repose dans le fait qu'elle pourrait être parmi les premières si pas effectivement la première à effectuer des essais visant à produire de nouvelles formules pour calculer les annuités constantes car, jusque-là, aucune littérature antérieure à cette étude n'a été trouvée à ce propos.

REFERENCES

1. Amelon J.L. (2004). L'essentiel de la gestion financière. Paris, 4è édition revue et augmentée, pp.275-276
2. Boissonnade M. & Fredon D. (2016). Mathématiques financières en 22 fiches. Paris, Dunod, 5è édition, p.40
3. Bourdieu P. (1987). Les choses dites. Paris, Les Éditions de Minuit, coll. « Le sens commun ».
4. Campenhoudt L. & al. (2017). Manuel de recherche en sciences sociales. Paris, Dunod, 5è édition, p.12
5. Cohen E. (1991). Gestion financière de l'entreprise et développpement financier. 58, Rue Jean-Bleuzen: EDICEF, 92178 VANVES Cedex.
6. Corbière M. & Larivière N. (2014). Méthodes qualiquatives, quantitatives et mixtes dans la recherche en sciences humaines, sociales et de la santé, Presses de l'Université du Québec, Canada.
7. Denis J.P. (2016). Lexique de gestion et de management. Paris, Dunod, 9è édition, p.45

8. Droh B.S.R & Mobio A.J., La construction de l'hypothèse dans une recherche qualitative, une illustration à partir de l'étude sur la distance sociale à l'innovation dans la production d'attiéké en Côte d'Ivoire, The Internation Journal of Social Sciences and Hunanities Invention 6(08) : 5553-5558, 2019, DOI : 10.1853/ijsshi/v6i8.01, ISSN : 2349-2031
9. Dumez H. (2016). Méthodologie de la recherche qualitative. France-Jouve 1, 2è édition, Magnard-Vuibert, pp.21 & 44
10. Kooli M. & al. (2019). Fondements de la gestion financière. Canada, Chenelière Education, pp.25.
11. Lassègue P. & al. (2015). Lexique de Comptabilité. Paris: Dunod, 8è édition, p.18.
12. Loubet des Bayle J.L. (2000). Initiation aux méthodes des sciences sociales. Paris-Montréal, L'Harmatan, p.270.
13. Madry P. (2009). Dictionnaire pratique du commerce. Rue des minimes, B-1000 Bruxelles, De Boeck, 1ère édition,.
14. Masiéri W. ((2008). Aide-mémoire de mathématiques financières. France, Dunod, 2è édition.
15. Mathé A. (2015). L'essentiel des mathématiques financières. Paris, Gualino, lextenso éditions, 1ère édition.
16. Meghraoui K. (2014). Tout pour réussir en mathématiques financières. Paris, Gualino, lextenso éditions, p.28.
17. Paillé P. & Mucchielli A. (2021), l'analyse qualitative en sciences humaines et sociales, Paris, Armand Colin, 5è édition, p.230.
18. Prévost P. & Roy M. (2015). Les approches qualitatives en gestion. Montréal, Les presses de l'université de Montréal, p.18.
19. Steven J. Taylor & al., (2016) Introduction to qualitative reseach, 4th edition, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, p.3
20. Thibierge C. (2013). Comprendre toute la finance, Paris, 2è édition, pp.64-65
21. Yin R. (2016), Qualitative reseach from start to finish, 2nd edition, The guildford press, New York 10001; p.138